Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics, 36, 4, 2024. (93-110)

Ferdowsi University of Mashhad

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics

Page Journal: mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

Society of Manufacturing Engineering of Iran

Numerical Analysis of Transition in Laminar Flow around a Pithing Airfoil

Research Article

Hossein Ansarian[1], Alireza Davari[2]

https://doi.org/10.22067/jacsm.2024.87292.1246

Abstract *The dynamic response of a natural laminar flow airfoil undergoing harmonic small-amplitude pitching oscillations is investigated using Large-eddy simulations with a chord-based Reynolds number of Re = 750;000. Throughout the pitch cycles, large changes in the transition point are seen as well as trailing-edge separation. This leads to a nonlinear response of the aerodynamic forces. Although the nature of the flow is highly nonlinear, the development of the boundary layer over the airfoil surface can be modeled using a simple phase-lag concept which suggests a quasi-steady evolution of the boundary layer. Based on this phase-lag assumption, a simple new empirical model is developed which agrees very well with the measured experimental data. With the aid of this model, the primary source of non-linearities in the unsteady aerodynamic forces is identified to be the quasi-steady term, which can be evaluated from the static airfoil characteristics. The strength of this remains unchanged with the variation of reduced frequency, but the harmonic term's strength, which models the unsteady effects, increases with increasing frequency.*

Key words: laminar flow, large eddy simulation, pitching oscillation, unsteady response

1. Introduction

The main characteristic of classical theories in unsteady aerodynamics of airfoils is the assumption of linearity. Recent experiments on wings with laminar flow in the transonic and subsonic regime show the nonlinear behavior of aerodynamic forces in particular ranges of the angle of attack for simple harmonic pitching oscillation, which is attributed to the free displacement of the transition location on the suction side of the airfoil. In static tests in the same range of angle of attack, the slope of the normal force coefficient in terms of the angle of attack also shows a strong deviation from the linear behavior. The boundary layer role on the wing is ignored in classical theories because of the assumption of inviscid flow, which is unsuitable for unsteady airfoils. The current research aims to investigate the behavior of the unsteady laminar boundary layer during the low-amplitude pitching oscillation. The focus is on understanding the unsteady changes of the laminar to turbulent transition location and its role in determining the nonlinear response of unsteady forces. The investigation is carried out on a natural laminar airfoil ED36F128.

2. The Unsteady Response

First, the range of desired parameters for numerical simulation should be determined. The static response curve obtained by the experiments and the XFOIL tool in $Re_c = 7.5\times10^5$ is linear in the range of $\alpha < 3^\circ$ and in $\alpha \simeq 3.4^\circ$, the static coefficients deviate from the linear trend and the C_l decreases with the increase of α. In the same interval, a drastic change is seen in the curve slope of the transition position.

For the dynamic motion, LES numerical simulation was performed by Nek5000 open-source code on a structured grid. For pitching oscillation, the motion equation is $\alpha(t) = \alpha_0 + \Delta\alpha \sin(\omega(t-t_0)+\varphi_0)$ where, $\alpha_0 = 3.4^\circ$, $\Delta\alpha = 1^\circ$ and $k = \omega b / U_\infty = 0.4$. Results show that the temporal changes of the lift coefficient, the pitching moment coefficient, and the drag coefficient are almost periodic. The deviation of the curves from the pure sinusoidal form represents the non-linear behavior in the aerodynamic response.

The transition position variation versus the instantaneous angle of attack is shown in Fig. 1 (right). It shows the asymmetric states of the flow between the pitching motion in the upstroke and downstroke phases. This graph can be transformed using the concept of phase lag in which the boundary layer development is examined in terms of the effective angle of attack α_e. It has a difference in phase with the instantaneous α, which means that the boundary layer adapts to the change of the flowfield in a quasi-steady mode, but with a delay compared to the motion of the airfoil. Its equation can be considered as $\alpha_e(t) = \alpha_0 + \Delta\alpha \sin(\omega(t-t_0)+\varphi_0+\varphi_{lag})$ where φ_{lag} is the phase lag between the effective and instantaneous angles of attack. Figure 1 (left) shows the variation of the transition point in terms of the effective angle of attack calculated where the phase lag is $\varphi_{lag} = -1.06$. The closed loop appearing in $x_{tr}/c-\alpha$ plane becomes roughly a

*Manuscript received: March 15, 2024. Revised, April 2, 2024, Accepted, May 12, 2024.

[1] Corresponding author, PhD of Aerospace Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran.
Email: hossein.ansarian@gmail.com

[2] Associate Professor, Department of Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

single line when displayed in $x_{tr}/c-\alpha_e$ plane. Therefore, the hysteresis-type behavior observed with respect to α can be almost completely explained by the concept of phase lag, and hysteresis is almost absent in the plane with phase lag $x_{tr}/c-\alpha_e$. Also, the changes with respect to α_e are in good agreement with the XFOIL results for the static transition graph (black line).

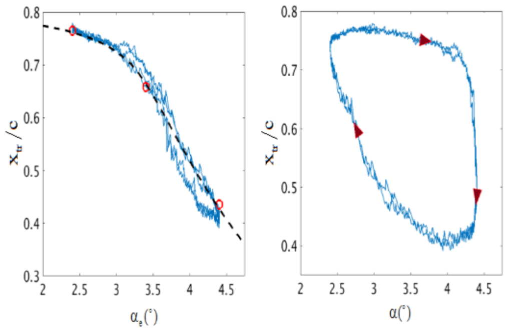


Fig. 1: Variations of the transition position calculated by the empirical model: right) versus the instantaneous angle of attack, left) versus the effective angle of attack.

3. Unsteady Empirical Model

Considering the relationship between the unsteady boundary layer evolution and the dynamics of the phase lag, an empirical model is constructed in which the aerodynamic forces are divided into two components representing dynamic effects and quasi-steady effects. To account for the nonlinear behavior, it is assumed that the boundary layer grows in a quasi-steady process (but with a phase lag) during the pitching cycle. The amount of the quasi-steady component should be calculated using an experimentally extracted static curve. It is assumed that the nonlinear behavior in unsteady aerodynamic forces is completely due to the quasi-steady term and all dynamic effects can be modeled by a linear harmonic term. The empirical model is $C_l(t)=A_1\sin(\omega t+\theta)+C_l^{emp}\left(\gamma(t)\right)$, where $\gamma(t)=\alpha_0+\Delta\alpha\sin\left(\omega t-\varphi_{lag}\right)$. The model includes three parameters that are independent and must be determined: A_1 represents the strength of the fully harmonic dynamic term, phase lag/lead θ of the harmonic term, and φ_{lag} denotes the phase lag associated with the quasi-steady term.

Figure 2 shows the least-squares fit of the empirical model to the experimental results obtained at $Re_c=1.0\times10^6$, mean angle of attack $\alpha_0=3.8^\circ$, pitch amplitude $\Delta\alpha=1^\circ$, and various reduced frequencies (k). The dots show the experimental data and the lines show the model's least squares fit. The model has been examined with various combinations of reduced frequencies and mean angles of attack and a good match is observed for all investigated cases, even for a few cases with a relatively large reduced frequency, $k\simeq0.4$. But for high frequencies, the contribution of the harmonic term is dominant and the relative nonlinear behavior becomes weak.

4.Conclusion

For a natural laminar airfoil, simulations of unsteady flow revealed a nonlinear behavior for the aerodynamic coefficients, while the development of the unsteady boundary layer caused substantial changes in the transition location. Using the simple concept of phase lag, the temporal variation of the transition can be associated with the static transition location curve. It means that the evolution of the boundary layer in time can be assumed to have a quasi-steady nature. An unsteady empirical model was introduced based on this concept to interpret the nonlinear behavior seen in the unsteady response of a laminar airfoil. The empirical model is in good agreement with experimental data for several different reduced frequencies and shows that for low-amplitude pitching oscillations, the main source of nonlinear behavior in unsteady aerodynamic coefficients originates from the quasi-steady term, which can be evaluated from the static airfoil characteristics. The strength of the quasi-steady term remains constant with reduced frequency changes, but the harmonic term that models the unsteady effects increases with the increase of the reduced frequency.

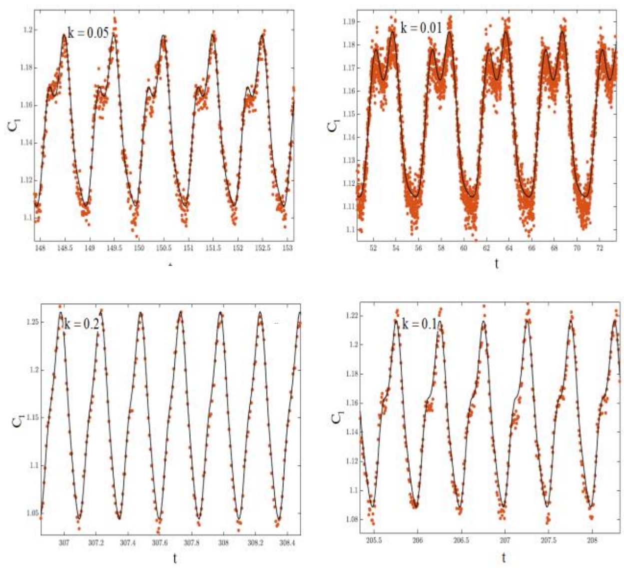


Fig. 2: Least-squares fitting of the unsteady empirical model to the data of experiment at $Re=1.0\times10^6$.

علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

http://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

انجمن مهندسی ساخت و تولید ایران

دانشگاه فردوسی مشهد

تحلیل عددی گذرش در جریان آرام حول ایرفویل با نوسان پیچشی*

مقاله پژوهشی

حسین انصاریان(۱) علیرضا داوری(۲)

https://doi.org/10.22067/jacsm.2024.87292.1246

چکیده *پاسخ دینامیکی یک ایرفویل جریان آرام طبیعی که تحت نوسانات هماهنگ پیچشی کم‌دامنه قرار می‌گیرد، با استفاده از شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با عدد رینولدز مبتنی بر وتر ۷۵۰,۰۰۰ انجام شده است. در طی چرخه‌های پیچشی، تغییرات زیاد در موقعیت گذرش و همچنین جدایش در لبه فرار مشاهده می‌شود. این منجر به پاسخ غیرخطی نیروهای آیرودینامیکی می‌شود. اگر چه ماهیت جریان بسیار غیرخطی است، تکامل لایه مرزی روی سطح ایرفویل را می‌توان با استفاده از یک مفهوم ساده تأخیر فاز مدل‌سازی کرد که تکامل شبه‌پایای لایه مرزی را پیشنهاد می‌دهد. بر اساس این فرض تأخیر فاز، یک مدل مهندسی ساده جدید توسعه داده شده که به خوبی با داده‌های تجربی اندازه‌گیری شده مطابقت دارد. با کمک این مدل، جمله شبه‌پایا به عنوان منبع اولیه رفتار غیرخطی در نیروهای آیرودینامیکی ناپایا شناسایی می‌شود که می‌تواند از مشخصه‌های ایرفویل استاتیک استخراج شود. قدرت این جمله با تغییر فرکانس کاهش‌یافته بدون تغییر باقی می‌ماند، اما قدرت عبارت نوسانی که اثرات ناپایا را مدل می‌کند، با افزایش فرکانس افزایش می‌یابد.*

واژه‌های کلیدی جریان آرام، شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، نوسان پیچشی، پاسخ ناپایا.

مقدمه

مفاهیم بنیادی آیرودینامیک ناپایای ایرفویل‌های دوبعدی در دهه ۱۹۳۰ [1] با تحقیقات گلاورت [2]، تئودورسن [3] و ون‌کارمن و سیرز [4] بنا نهاده شد که مبانی ریاضی اولیه‌ای برای درک جریان‌های ناپایای تراکم‌ناپذیر چسبیده فراهم آورد. تأیید تجربی آن توسط هافمن [5] صورت گرفت که آزمایش‌هایی را روی ایرفویل‌های فروصوت با نوسان پیچشی و حرکت انتقالی انجام داد و تطابق خوبی بین داده‌های تجربی و پیش‌بینی‌های نظری تئودورسن مشاهده کرد. مروری بر این تئوری‌های ناپایا در مراجع مختلفی از جمله [1] و [6] موجود است. ویژگی اصلی این تئوری‌های کلاسیک، فرض خطی بودن است که به عبارت‌های ساده ریاضی برای نیروهای آیرودینامیکی ناپایا می‌انجامد و برای مهندسان طراح ویژگی جذابی است [1]. با ظهور چالش‌هایی نظیر گرمایش جهانی، تمرکز جامعه آیرودینامیک به سمت فناوری بال‌هایی با جریان آرام معطوف شده [7] که پرسش‌هایی را در مورد رفتار آیروالاستیک ایرفویل‌های با جریان آرام طبیعی برمی‌انگیزد. تا سال ۲۰۱۱ تقریبا مطالعه‌ای در خصوص آیروالاستیک ایرفویل‌های آرام انجام نشده بود. اولین مطالعات در این حوزه توسط مای و هبلر [8] و هبلر و همکاران [9] انجام شد. آزمایش‌های آنها بر روی بال‌های با جریان آرام در رژیم گذر صوت، رفتار غیرخطی نیروهای آیرودینامیکی را برای نوسان پیچشی هارمونیک ساده نشان داد. دلیل چنین رفتاری به حرکت آزاد محل گذرش روی سطح مکش بال نسبت داده شد. وقتی آنها گذرش روی سطح بال را با استقرار یک نوار زبر نزدیک لبه حمله ثابت نگه داشتند، رفتار غیرخطی قابل چشم‌پوشی شد. این غیرخطی بودن در جریان فروصوت هم مشاهده شد. این پژوهش‌ها الهام‌بخش مطالعات لوکات [10] شد که آزمایش‌هایی را روی حرکت پیچشی هارمونیک یک ایرفویل آرام در جریان

---

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۲/۱۲/۲۵ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۳/۲/۲۳ می‌باشد.

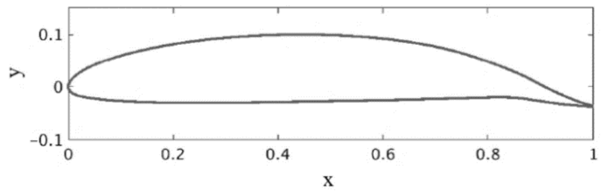
(۱) نویسنده مسئول، دکترای مهندسی هوافضا، مجتمع تحقیقات هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران.

Email: hossein.ansarian@gmail.com

(۲) دانشیار گروه هوافضا، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات تهران.

فروصوت انجام داد. او نیز رفتار غیرخطی شدیدی را برای ضریب نیروی عمودی در نوسان پیچشی با دامنه کوچک مشاهده کرد. قدرت رفتار غیرخطی بر اساس میزان انحراف ضرایب وابسته به زمان اندازه‌گیری شده نسبت به پاسخ هارمونیک خالص تعیین شد. باز هم با ثابت نگاه داشتن محل گذرش در نزدیکی لبه حمله، رفتار غیرخطی به نظر ناپدید شد. رفتار غیرخطی تنها برای گستره معینی از زاویه حمله پدیدار شد. وقتی آزمایش‌های استاتیک در همان گستره زاویه حمله انجام شد، شیب ضریب نیروی عمودی بر حسب زاویه حمله هم انحراف شدیدی را نسبت به رفتار خطی که از نظریه ایرفویل نازک انتظار می‌رود، نشان داد. پیدایش این رفتارهای غیرخطی به طور واضح نشان می‌دهد که نظریه‌های کلاسیک برای توصیف رفتار ناپایای ایرفویل‌هایی با جریان آرام طبیعی مناسب نیستند. از آنجا که پژوهش‌ها در مورد ایرفویل‌های آرام به حرکت آزاد موقعیت گذرش به عنوان یکی از عوامل مؤثر بر این رفتارها اشاره دارند، توسعه فضایی لایه مرزی به طور مشخص نقش مهمی در دینامیک ناپایا دارد. در نظریه‌های کلاسیک، از نقش لایه مرزی روی ایرفویل با فرض غیرلزج بودن (هم‌زمان با شرط کوتا) صرف نظر می‌شود. اگر چه آزمایش‌های اولیه هافمن [5] نشان داد که این می‌تواند فرضی منطقی باشد، واضح است که برای ایرفویل‌های آرام ناپایا مناسب نیست.

هدف پژوهش حاضر بررسی رفتار لایه مرزی آرام ناپایا حین نوسان پیچشی کم‌دامنه یک ایرفویل آرام است. تمرکز کار بر روی درک تغییرات ناپایای نقطه گذرش آرام به آشفته و نقش آن در تعیین پاسخ غیرخطی نیروهای ناپایا است. بررسی بر روی یک ایرفویل آرام طبیعی در عدد رینولدز بر پایه وتر $\mathrm{Re_c} = 7.5\times10^5$ انجام شده است. ایرفویل استفاده شده در این کار ED36F128 [10,11] با انحراف فلپ ۱۳/۸ درجه است. همین ایرفویل (شکل ۱) توسط لوکات [10] در آزمایش‌های آیروالاستیک ناپایا استفاده شده است. عدد رینولدز یکی از پارامترهای کلیدی در تعیین اندازه شبکه محاسباتی و در نتیجه هزینه محاسباتی کل است. داده‌های آزمایش‌های لوکات نشان می‌دهد که مشخصه‌های آیرودینامیک ناپایا برای ایرفویل انتخاب شده در بازه اعداد رینولدز ۷۵۰,۰۰۰-۱,۰۰۰,۰۰۰ از لحاظ کیفی بدون تغییر می‌ماند. بنابراین، عدد رینولدز $\mathrm{Re_c} = 7.5\times10^5$ برای هدف پژوهش حاضر به قدر کافی بزرگ به نظر می‌رسد.



شکل ۱ ایرفویل آرام ED36F128 با زاویه فلپ ۱۳/۸ درجه

نتایج اولیه‌ای با دقت پایین پیشتر توسط نگی و همکاران [12] گزارش شده است. بررسی‌های تجربی مشابهی با تمرکز بر مشخصه‌های گذرش روی ایرفویلی با شرایط جریان ناپایا توسط استادر و همکاران [13] در $\mathrm{Re_c} = 4.15\times10^5$ انجام شده و پیدایش یک مود جدید جابه‌جایی محل گذرش در لایه مرزی، هنگام نوسان با فرکانس بالا مشاهده شد. رفتار مشخصه‌های لایه مرزی ناپایا نظیر گذرش، جدایش و انفصال گردابه لبه حمله برای ایرفویل ناپایا در اعداد رینولدز خیلی پایین‌تر توسط لی و ژرونتاکس [14] بررسی شد. آنها چندین جنبه ناپایا و به طور خاص اهمیت اثرات تأخیر زمانی حتی در فرکانس‌های کاهش یافته کم را گزارش کردند.

در بخش دوم مقاله حاضر، تنظیمات محاسباتی و برخی نتایج شبیه‌سازی عددی برای یک ایرفویل ثابت ارائه می‌شود که پایه انتخاب پارامترها را برای موارد ناپایا بنا می‌نهد. در بخش سوم نتایج حالت ناپایا ارائه می‌شود و در بخش چهارم از دیدگاه به دست آمده از نتایج ناپایا برای ساخت یک مدل تجربی استفاده می‌شود که برخی داده‌های تجربی به دست آمده توسط لوکات را توضیح می‌دهد. خلاصه و نتیجه‌گیری در بخش پنجم آمده است.

شبیه‌سازی ایرفویل ثابت

انتخاب پارامترها

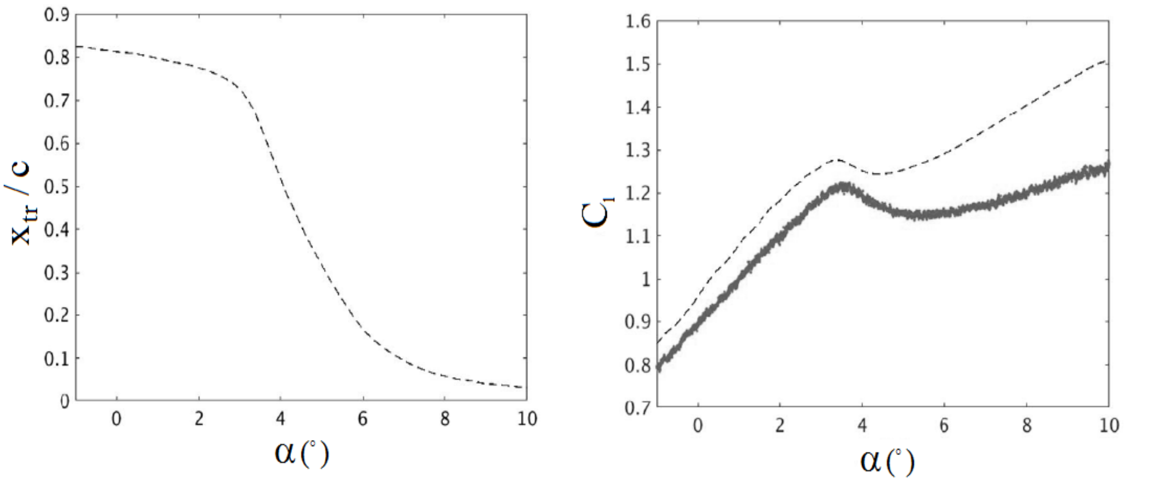
برای مطالعه پاسخ دینامیک ایرفویل با جریان آرام طبیعی، لازم است که شرایط جریان برای زوایای حمله استاتیک منتخب تعیین شود. برای کاهش هزینه محاسباتی و محدود کردن گستره پارامترها، از داده‌های تجربی لوکات استفاده و همچنین محاسباتی با استفاده از کد لایه مرزی XFOIL [15] انجام شده است. مطالعات پیشین نشان می‌دهد که رفتار غیرخطی دینامیکی زمانی مشاهده می‌شود که موقعیت نقطه گذرش روی سطح مکش

ایرفویل آزادانه حرکت کند [8-10]. به علاوه، لوکات هم‌چنین یک انحراف در ضرایب آیرودینامیکی استاتیکی نسبت به مقادیر غیرلزج یافت. بنابراین، گستره پارامترهای مورد نظر باید سبب یک تغییر سریع در موقعیت گذرش شود و ضرایب آیرودینامیکی باید از نظریه غیرلزج در آن بازه منحرف شوند.

منحنی پاسخ استاتیک به دست آمده برای ایرفویل با استفاده از XFOIL در $Re_c = 7.5\times10^5$ و نیز داده‌های تجربی لوکات [10] با شدت آشفتگی ۰/۱٪ در شکل (۲-الف) نشان داده شده است. اگر چه محاسبات XFOIL و داده‌های تجربی از لحاظ اندازه (و شیب در $\alpha > 5^\circ$) متفاوت هستند، گستره زاویه حمله‌ای که تغییرات کیفی در آن اتفاق می‌افتد یکسان است. اختلاف کمی بررسی نشده است، اما احتمالا به دلیل اثرات انسداد تونل باد و رشد جدایش در لبه فرار است که می‌تواند در معادلات لایه مرزی استفاده شده در XFOIL خطا ایجاد کند. در هر دو مورد منحنی پاسخ استاتیک در محدوده $1^\circ < \alpha < 3^\circ$ خطی است و در $\alpha \approx 3.4^\circ$ منحنی‌های استاتیک از روند خطی خود منحرف می‌شوند و ضریب برآ با افزایش α کاهش می‌یابد. شکل (۲-ب) تغییرات موقعیت گذرش روی سطح مکش ایرفویل را بر اساس پیش‌بینی XFOIL نشان می‌دهد. در همان بازه‌ای که رفتار غیرخطی در ضریب برآی استاتیک مشاهده می‌شود ($\alpha > 3.4^\circ$)، تغییر شدیدی در شیب منحنی موقعیت گذرش وجود دارد. در بازه $1^\circ < \alpha < 3^\circ$، موقعیت گذرش حرکت بسیار آرامی به سمت بالادست دارد، اما برای $\alpha > 3.4^\circ$، حرکت به سمت بالادست نسبت به افزایش زاویه حمله خیلی سریع‌تر می‌شود. هر دو کمیت بحث شده در اینجا محدوده یکسانی از زاویه حمله را نشان می‌دهند که رفتار غیرخطی در آن مورد انتظار است ($\alpha \approx 3.4^\circ$). بنابراین، $\alpha = 3.4^\circ$ به‌عنوان زاویه حمله متوسط نوسان تعریف می‌شود. دامنه پیچش به منظور تطابق با آزمایش‌های لوکات کوچک انتخاب می‌شود. حرکت پیچشی ناپایا را می‌توان به صورت معادله (۱) بیان کرد:

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \Delta\alpha \sin(\omega(t - t_0) + \varphi_0) \tag{۱}$$

که در آن $\alpha_0 = 3.4^\circ$ زاویه حمله متوسط، $\Delta\alpha = 1^\circ$ دامنه پیچش، ω فرکانس زاویه‌ای نوسان، t معرف زمان شبیه سازی، t_0 زمان آغاز حرکت پیچشی و φ_0 فاز اولیه در آغاز نوسان است. شبیه‌سازی‌های ایرفویل استاتیک در زوایای حمله مختلف انجام شده تا پیش‌بینی XFOIL تأیید شود و اطمینان حاصل شود که تغییرات موقعیت گذرش با شبیه‌سازی‌های عددی گرفته می‌شود.



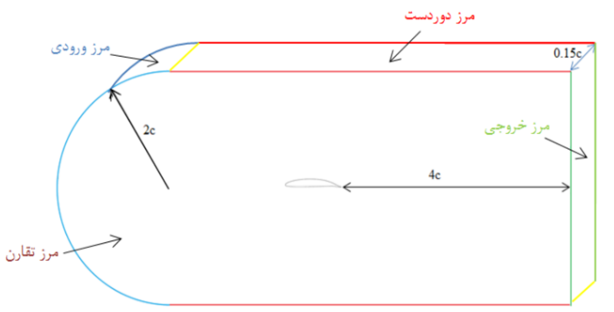
(الف) (ب)

شکل ۲ مشخصه‌های آیرودینامیکی استاتیک ایرفویل با جریان آرام طبیعی محاسبه شده با XFOIL (خط‌چین) و داده‌های تجربی (نقاط): الف) تغییرات ضریب نیروی عمودی و ب) نقطه گذرش با زاویه حمله

روش عددی

شبیه‌سازی‌های عددی به گونه‌ای تنظیم شده‌اند که شبیه‌سازی گرداب بزرگ (LES) با دقت بالا روی دیواره را برای ایرفویل‌های ثابت و در حال پیچش اجرا کنند. شبیه‌سازی توسط کد متن‌باز Nek5000 انجام شده که توسط فیشر و همکاران [16] توسعه داده شده است و توانایی آن برای شبیه‌سازی جریان حول ایرفویل توسط تأیید شده است [17]. شبکه محاسباتی با استفاده از نرم‌افزار ANSYS ICEM CFD 19.0 تولید شده که با سازمان و در نزدیکی سطح ایرفویل متعامد است. شبیه‌سازی عددی در یک فرمول‌بندی P_n-P_{n-2} با استفاده از نمایش چند جمله‌ای مرتبه نهم برای سرعت تنظیم شده است [18]. معادلات ناویر–استوکس با استفاده از چارچوب اویلری–لاگرانژی دلخواه [19] حل می‌شوند تا حرکت مرز و نقاط داخلی محاسبه شود. دستگاه مختصات به‌گونه‌ای تعریف شده که جهت x همراستا با جریان آزاد، z در جهت دهانه و y جهت جریان عرضی است. همه کمیت‌ها با استفاده از طول وتر c، سرعت جریان آزاد U_∞ و چگالی سیال ρ بی‌بعد شده‌اند. مرزهای دوردست به اندازه دو وتر از لبه حمله ایرفویل در هر جهت فاصله دارند و مرز جریان خروجی به اندازه چهار وتر پایین‌دست لبه فرار ایرفویل قرار دارد (شکل ۳). ورودی به صورت مرز جریان ورودی منحنی شکل با فاصله شعاعی ثابت دو وتر از لبه حمله طراحی شده است. عرض دامنه محاسباتی در راستای دهانه $l_z=0.15c$ است. شرط مرزی متناوب روی مرزهای در راستای دهانه اعمال شده و شرط خروجی پایدارساز انرژی [20] روی مرز خروجی اعمال شده است. یک شبیه‌سازی ناویر–استوکس متوسط‌گیری شده با رینولدز ناپایا (URANS) به همراه مدل آشفتگی انتقالی SST k-ω [21] هم برای همان حالت با مرزهای دوردست و خروجی در فاصله ۱۰۰ وتر انجام شده است. داده‌های میدان جریان متوسط‌گیری شده با زمان از شبیه‌سازی URANS برای موقعیت‌های متناظر مرزهای دامنه شبیه‌سازی LES استخراج می‌شود. این داده‌های استخراج‌شده به عنوان شرط مرزی دیریشله روی مرزهای ورودی و دورست اعمال می‌شود. آشفتگی جریان آزاد با شدت $T_i=0.1\%$ به شرط مرزی دیریشله اضافه می‌شود تا ناپایداری لایه مرزی را تحریک نماید. آشفتگی جریان آزاد توسط مودهای فوریه با طیف ون‌کارمن تولید می‌شود و مقیاس طولی انتگرالی طیف $il=0.01$ تنظیم شده است. این روال مشابه روالی است که توسط شلاتر و همکاران [22] برای مطالعه گذرش جریان فرعی در لایه مرزی صفحات تخت توصیف شده است.

این روش همچنین برای شبیه‌سازی توربین بادی توسط کلاوزبرگ [23] و نگی و همکاران [17] برای ایرفویل در حال پیچش استفاده شده است.



شکل ۳ شکل و ابعاد دامنه محاسباتی

تراکم شبکه روی سطح ایرفویل در راستای وتر در تطابق با مشخصه‌های لایه مرزی تغییر می‌کند. شبکه با معیار زیر طراحی شده است:

۱. اندازه مش $\Delta x^+\leq 21$، $\Delta y^+_{wall}\leq 0.6$ و $\Delta y^+_{max}\leq 12$ تقریبا در تمام سطح مکش مقطع بال رعایت شده است. چون انتظار می‌رود جریان روی سطح فشاری آرام باشد، تراکم شبکه در جهت جریان $\Delta x^+\leq 27$ است.

۲. برای $0.1<x/c<0.6$، تنش برشی روی دیواره τ_w از هر دو سطح مکشی و فشاری برای تخمین مقیاس‌های طولی لزجی در طول ایرفویل استفاده می‌شود. فاصله نقاط شبکه بر اساس این مقیاس‌های طولی ارزیابی شده است.

۳. برای $x/c<0.1$ بیشینه مقدار τ_w روی سطح مکشی ایرفویل برای تخمین فاصله نقاط شبکه در هر دو سطح مکشی و فشاری استفاده می‌شود.

۴. برای $x/c>0.6$ گرادیان فشار معکوس بزرگی روی سطح مکشی اتفاق می‌افتد که مقادیر τ_w را به میزان قابل توجهی کاهش می‌دهد. بنابراین، مقادیر τ_w از سطح فشاری برای هر دو سطح ایرفویل استفاده می‌شود.

۵. یک شبکه باسازمان استفاده شده که در راستای دهانه با فواصل ثابت $\Delta z^+\approx 12$ در کل دامنه کشیده شده که از مقدار بیشینه τ_w سطح مکش استخراج شده است.

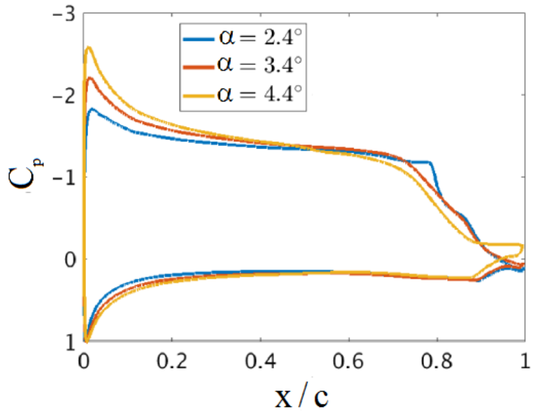
علامت + معرف نرمال سازی با واحدهای درونی با استفاده از لزجت سینماتیک v و سرعت اصطکاکی u^* است. داده‌های تنش بر شی دیواره از XFOIL برای تخمین سرعت اصطکاکی

موضعی استخراج شده‌اند. یک نوار زبر در $x/c \approx 0.1$ قرار داده شده تا مقادیر تنش برشی آشفته روی دیواره هر دو سطح ایرفویل به دست آید. برای تعریف فاصله نقاط در ناحیه دنباله که معیارهای بر اساس دیواره معتبر نیستند، معیار جدیدی مورد نیاز است. از این رو، داده‌های URANS برای تخمین مقیاس طولی کولموگروف η در ناحیه دنباله استفاده شده است. شبکه در ناحیه دنباله به گونه‌ای طراحی شده که فاصله میانگین نقاط در دنباله نزدیک $(1 < x/c < 2)$ از معیار $\Delta x / \eta < 10$ پیروی می‌کند. برای $x/c > 2$ فاصله نقاط در دنباله به آرامی افزایش می‌یابد، به طوری که نزدیک مرز جریان خروجی در $x/c = 4$ معیار $\Delta x/\eta \approx 25$ برقرار است.

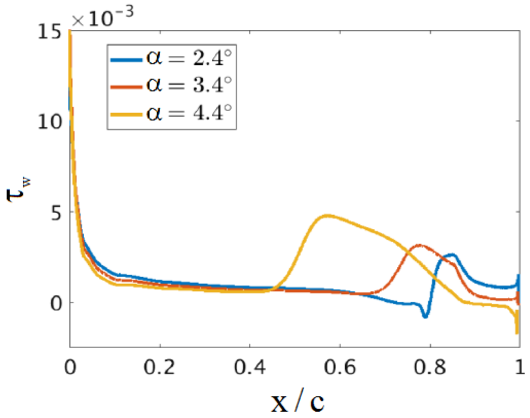
نتایج شبیه‌سازی ایرفویل ثابت

بر اساس بازه انتخاب‌شده برای زاویه حمله، شبیه‌سازی‌هایی با ایرفویل ثابت در α متناظر با سه نقطه از چرخه‌های پیچش انجام شده است. دو نقطه متناظر با زوایای انتهایی چرخه‌های پیچش، یعنی $\alpha = 2.4°$ و $\alpha = 4.4°$ و نقطه سوم متناظر با زاویه میانی چرخه پیچش، یا به عبارتی $\alpha = 3.4°$ هستند. ضریب فشار متوسط و تنش برشی مماسی دیواره برای این سه حالت در شکل (۴) نشان داده شده‌اند. جهت محور y برای نمودار توزیع C_p معکوس شده است و بنابراین خطوط بالایی معرف توزیع C_p روی سطح مکش و خطوط پایینی معرف توزیع C_p روی سطح فشاری هستند. تغییرات زیاد گذرش بین سه زاویه حمله ایرفویل به طور واضح در شکل (۴-ب) مشاهده می‌شود که افزایش تنش برشی دیواره نزدیک وسط وتر را برای $\alpha = 4.4°$ نشان می‌دهد، در حالی که برای $\alpha = 2.4°$ این در $x/c \approx 0.8$ دیده می‌شود. افزایش شدید تنش برشی دیواره ویژگی عمومی گذرش آرام به آشفته است، زیرا مقدار آن برای رژیم آرام بسیار کم، اما در رژیم آشفته به سرعت تا مقادیر بالا افزایش می‌یابد. تغییرات در محل جدایش جریان روی سطح مکش ایرفویل را هم می‌توان از تغییر علامت تنش برشی مماسی فهمید. در $\alpha = 2.4°$، جدایش آرام در $x/c \approx 0.7$ اتفاق می‌افتد که فورا با چسبیدن دوباره جریان در ادامه جریان آشفته چسبیده دنبال می‌شود. برای $\alpha = 3.4°$ جریان کاملا چسبیده می‌ماند، اما جدایش جریان آشفته را برای $\alpha = 4.4°$ می‌توان در $x/c \approx 0.9$ مشاهده نمود.

شکل (۵) ساختارهای گردابه‌ای لحظه‌ای را که با معیار λ_2 [24] شناخته می‌شوند برای $\alpha = 2.4°$ و $\alpha = 4.4°$ نشان می‌دهد. نواحی آشفته را می‌توان با حضور ساختارهای ریزمقیاس تشخیص داد. مشخص است که گذرش در موقعیت‌های در راستای وتر بسیار متفاوتی برای دو زاویه حمله اتفاق می‌افتد که با نتایج تنش برشی دیواره شکل (۴) تطابق دارد. ساختارهای لحظه‌ای برای هر دو حالت پس از اجرای شبیه‌سازی برای تقریبا شش برابر زمان عبور جریان استخراج شده‌اند. وقتی ناپایایی‌های اولیه از میدان منتقل شوند، حالت کیفی کلی جریان تغییر نمی‌کند و موقعیت گذرش ثابت می‌ماند.

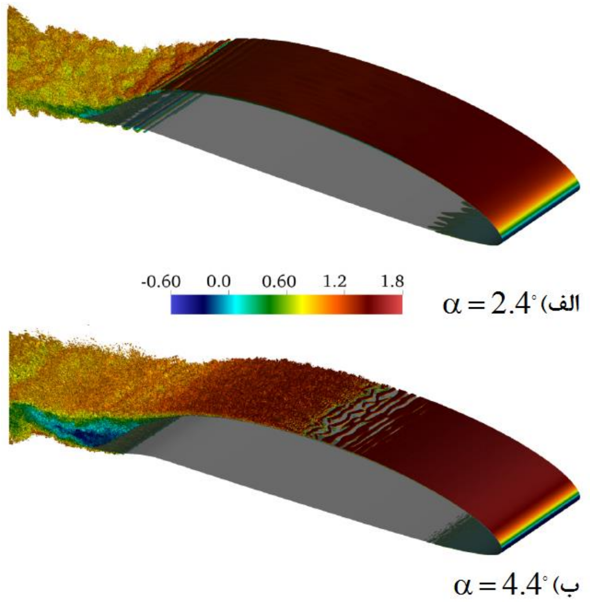


(الف)



(ب)

شکل ۴ الف) ضریب فشار و ب) تنش برشی مماسی روی دیواره برای شبیه‌سازی ایرفویل ثابت در سه زاویه حمله



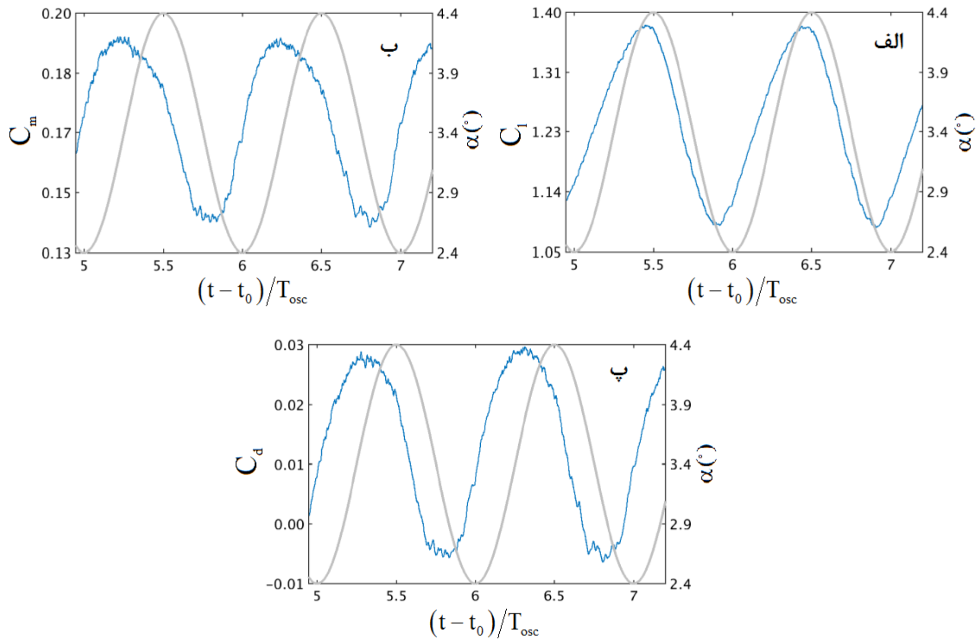
شکل ۵ ساختارهای گردابه‌ای لحظه‌ای بر اساس معیار λ_2 (رنگ بر اساس سرعت جریان) برای دو زاویه حمله ثابت

پاسخ ناپایا

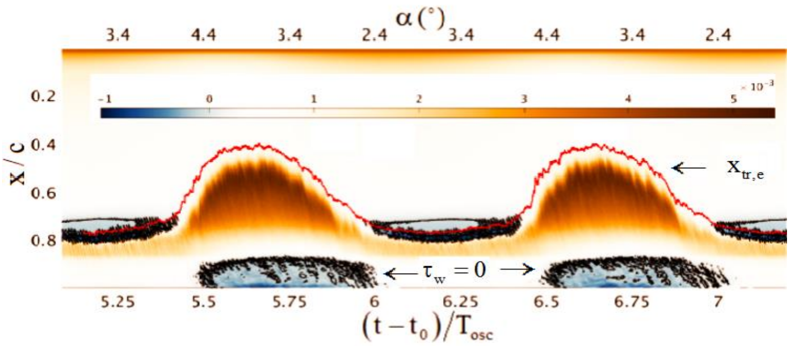
شبیه‌سازی‌های ایرفویل با حرکت پیچشی با نوسان توصیف شده توسط معادله (۱) انجام می‌شود. فرکانس زاویه‌ای ω نوسان به گونه‌ای انتخاب شده که فرکانس کاهش یافته برابر $k = 0.4$ باشد که $k = \omega b / U_{\infty}$ و b نصف وتر است. محور پیچش در نقطه $(x_0, y_0) = (0.35, 0.034)$ واقع است که با آزمایش‌های لوکات [10] مطابقت دارد. دوره تناوب بی‌بعد نوسان برای فرکانس کاهش یافته انتخاب شده برابر $T_{osc} = 7.85$ است (مقیاس زمانی با مقیاس زمانی جابه‌جایی c/U_{∞} نرمال شده است). شبیه‌سازی‌های پیچشی با شرایط اولیه حاصل از شبیه‌سازی ایرفویل ثابت در زاویه حمله $\alpha = 2.4°$ آغاز می‌شوند. این نقطه نمایانگر کمینه چرخه پیچش بوده و آغاز حرکت پیچشی از این پایین‌ترین نقطه اجازه می‌دهد که سرعت زاویه‌ای از مقدار صفر به تدریج افزایش یابد. بنابراین، در آغاز حرکت هیچ گونه سرعت تحمیلی به ایرفویل اعمال نمی‌شود. حرکت نوسانی طبق معادله (۱) با $t_0 = 6.0$ و $\varphi_0 = -\pi/2$ توصیف می‌شود.

چرخه‌های اولیه نوسان با یک چندجمله‌ای مرتبه پایین ($N = 5$) اجرا می‌شود و مرتبه چندجمله‌ای به تدریج تا بیشترین مقدار خود ($N = 9$) افزایش می‌یابد. شکل (۶) تغییرات زمانی ضریب برآ C_l، ضریب گشتاور پیچشی C_m و ضریب پسا C_d را طی دو چرخه آخر نوسان نشان می‌دهد. ضرایب تقریبا متناوب بوده و اختلاف بزرگی بین چرخه‌های متوالی نوسان دیده نمی‌شود. انحراف منحنی‌ها از شکل سینوسی خالص نمایانگر رفتار غیرخطی موجود در پاسخ آیرودینامیکی است. در اینجا پاسخ جریان رفتار غیرخطی ضعیفی در ضرایب آیرودینامیکی ایجاد می‌کند.

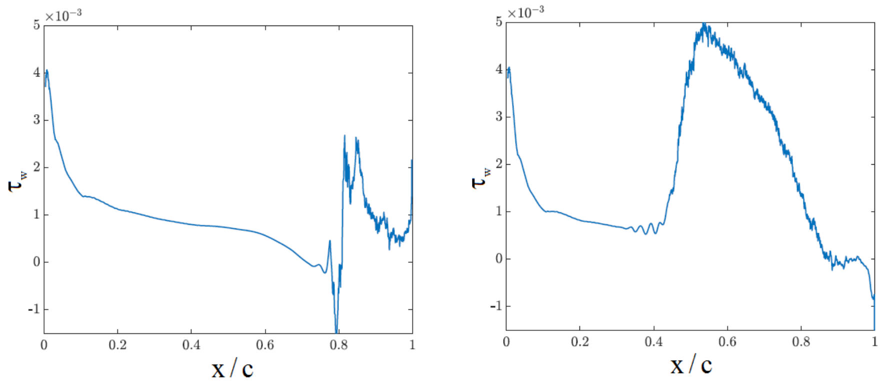
تغییرات مکانی- زمانی لایه مرزی را می‌توان با تنش برشی لحظه‌ای روی دیواره تحلیل کرد. شکل (۷) تغییرات مکانی- زمانی τ_w، متوسط تنش برشی لحظه‌ای در راستای دهانه روی سطح مکشی ایرفویل را نشان می‌دهد. مقادیر گزارش‌شده بیانگر مقادیر مماسی موضعی تنش برشی وارد بر سطح ایرفویل است. نواحی با رنگ قهوه‌ای تیره در شکل، نواحی با تنش برشی بالا بوده که نشانگر جریان آشفته است (به جز ناحیه خیلی نزدیک به لبه حمله که لایه مرزی بسیار نازکی دارد). نواحی با رنگ آبی نمایانگر نواحی با تنش برشی خیلی کم یا منفی هستند. خطوط سیاه بیانگر کانتورهای τ_w صفر هستند که نشانه جدایش جریان است. نواحی آشفته برجستگی‌های متناوبی در نمودار مکان- زمان پدید آورده که به معنی حرکت گذرش در طی فازهای نوسان است. تغییرات در جدایش لبه فرار با تغییر در نقطه گذرش آرام به آشفته همراه است. زمانی که گذرش در پایین‌دست‌ترین موقعیت خود واقع است، جدایش لبه فرار رخ نمی‌دهد، اما زمانی که گذرش در بالادست‌ترین موقعیت خود واقع است، ناحیه جدا شده بزرگی پدید می‌آید. این با نتایج مطالعات پیشین مای و هبلر [8] هبلر و همکاران [9] و لوکات [10] تطابق دارند که پیشنهاد می‌کنند بخشی از غیرخطی بودن ضرایب آیرودینامیکی به دلیل حرکت آزاد محل گذرش رخ می‌دهد. شکل (۸) دو برش عمودی از نمودار مکان- زمان را برای دو لحظه مختلف زمانی نشان می‌دهد که نمایانگر تغییرات لحظه‌ای τ_w در راستای وتر است. تغییرات در موقعیت گذرش به دلیل تغییرات پیوسته زاویه حمله است که به تغییر در گرادیان فشار تجربه شده در جریان منجر می‌شود و به نوبه خود سبب تعدیل سرعت تقویت امواج تولماین-شلیختینگ می‌گردد.



شکل ۶ تغییرات ضرایب آیرودینامیکی ناپایا با زمان: الف) تغییرات ضریب نیروی عمودی ناپایا، ب) ضریب گشتاور ناپایا، پ) ضریب پسای ناپایا، خطوط خاکستری تغییرات زاویه حمله لحظه‌ای را نشان می‌دهد



شکل ۷ تغییرات فضایی- زمانی تنش برشی مماسی موضعی، محور عمودی معرف موقعیت در راستای وتر و محور افقی معرف زمان نرمال شده است. رنگ‌ها معرف مقادیر لحظه‌ای تنش برشی روی دیواره، متوسط‌گیری شده در راستای دهانه $\tau_w(x,t)$ هستند. کانتورهای مشکی معرف نقاط با تنش برشی مماسی صفر هستند. موقعیت گذرش تعیین شده با مدل مهندسی (منحنی قرمز) روی نمودار مکان - زمان انداخته شده است



(ب) (الف)

شکل ۸ تغییرات $\tau_w(x,t)$ لحظه‌ای در راستای وتر. شکل‌ها نمایانگر لحظاتی از زمان هستند که گذرش در بالادست‌ترین موقعیت خود در زمان $(t-t_0)/T_{osc}=5.7$ و (ب) پایین‌دست‌ترین موقعیت خود در زمان $(t-t_0)/T_{osc}=6.21$ است

کمی‌سازی تغییرات نقطه گذرش مهم است و یک نقطه گذرش لحظه‌ای باید تعریف شود. از آنجا که موقعیت گذرش به طور پیوسته با زمان عوض می‌شود، معیاری مورد نیاز است که بر اساس حالت لحظه‌ای جریان باشد و نه بر اساس متوسط‌های آماری بلندمدت. یک معیار مهندسی گذرش توسعه داده شده که از متوسط‌های کوتاه‌مدت کمیت‌های جریان استفاده می‌کند. هنگامی که جریان از آرام به آشفته گذرش می‌کند، تنش رینولدز $\overline{u'v'}$ که از متوسط‌های کوتاه‌مدت محاسبه می‌شود، افزایش شدیدی می‌یابد. این افزایش شدید در گذرش آرام به آشفته عمومیت دارد، زیرا تنش رینولدز در بخش آرام جریان بسیار کوچک است، ولی در ناحیه آشفته مقادیر بالایی می‌یابد.

برای تعریف کمیت‌هایی که معرف حالت لحظه‌ای جریان باشند، از جهات همگن استفاده شده و یک عملیات متوسط‌گیری زمانی برای مدت بسیار کوتاهی از زمان انجام شده است. بنابراین، کمیت‌های آماری $\bar{q}(x,y,t)$ به‌صورت زیر حساب می‌شود:

$$\bar{q}(x,y,t)=\left(\frac{1}{z_{max}-z_{min}}\right)\left(\frac{1}{\Delta t}\right)\int_{t'=t}^{t'=t+\Delta t}\int_{z=z_{min}}^{z=z_{max}} q(x,y,z,t')dzdt' \quad (۲)$$

در اینجا $(z_{max}-z_{min})$ عرض دامنه محاسباتی در راستای دهانه و Δt دوره کوتاه متوسط‌گیری است. برای اینکه چنین کمیتی معرف حالت لحظه‌ای جریان باشد، دوره زمانی متوسط‌گیری باید کوچک باشد. برای کار حاضر از $\Delta t = 1 \times 10^{-2}$ استفاده شده که حدودا ۰/۱٪ دوره زمانی نوسانی را در بر می‌گیرد که می‌توان فرض کرد طی آن جریان تقریبا در حالت ثابتی می‌ماند. با استفاده از این روال، تنش رینولدز نوسانی $\overline{u'v'}$ حساب می‌شود. مقادیر بزرگ تنش رینولدز نمایانگر جریان آشفته است، پس بالادست‌ترین نقطه روی سطح مکش که آنجا کمیت $\overline{u'v'}(x,y,t)$ مقدار بزرگی پیدا می‌کند به عنوان نقطه گذرش محسوب می‌شود. برای تعیین آستانه مناسبی برای بزرگی، بیشینه مقدار $\left|\overline{u'v'}(x,y,t)\right|$ در سرتاسر لایه مرزی برای همه زمان‌ها محاسبه می‌شود. این مقدار بیشینه تغییرات خیلی بزرگی در زمان ندارد و میانگین مرتبه اندازه آن $\left|\overline{u'v'}\right|_{max}\approx 10^{-2}$ باقی می‌ماند. آستانه مورد نظر برای تعیین گذرش به میزان ۵٪ بیشینه تنظیم می‌شود و نقطه گذرش به‌عنوان اولین نقطه‌ای در راستای جریان که از این آستانه عبور کند تعریف می‌شود. چون این معیار کمی اختیاری است، با محاسبه واریانس نوسانات سرعت در راستای دهانه $\overline{w'w'}(x,y,t)$ با همان معیار، بررسی متقابل می‌شود. رشد نوسانات سرعت در راستای دهانه نشانگر سه‌بعدی شدن است و شاخص فیزیکی معناداری از گذرش به دست می‌دهد. تغییرات گذرش برای هر دو کمیت نزدیک به هم است. با وجود طبیعت به نسبت غیر عمومی این معیار آستانه، تصویر کمی حرکت موقعیت گذرش خیلی به تغییرات در مقدار آستانه حساس نیست. کاهش یا افزایش آن با ضریب ۲ همان روندهای کمی را ایجاد می‌کند. روال مشابهی در ارزیابی نقطه گذرش در [7] برای ایرفویل در حال پیچش با $Re_c = 100,000$ دنبال شده که ارزیابی حساسیت نقطه گذرش به تلرانس‌ها هم در آن گزارش شده است.

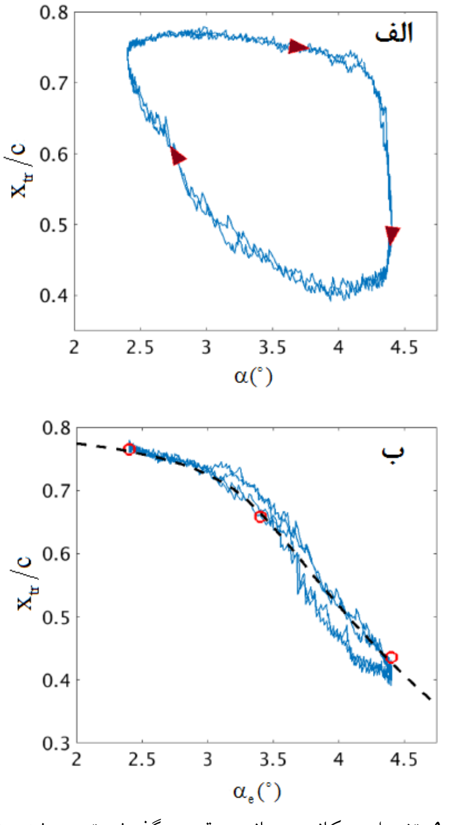
شکل (۷) موقعیت گذرش محاسبه‌شده را که به نمودار مکان- زمان تنش برشی دیواره الحاق شده نشان می‌دهد. تغییرات نقطه گذرش با تصویر تنش برشی دیواره مطابقت دارد و گذرش حاشیه اندکی نسبت به نواحی با تنش برشی بالا دارد. بالادست‌ترین نقطه گذرش در $x_{tr}/c \approx 0.4$ و پایین‌دست‌ترین موقعیت آن در $x_{tr}/c \approx 0.78$ است که بیانگر تغییر بزرگ حدودا ۴۰ درصد وتر در طی چرخه پیچش است. زمانی که گذرش در پایین‌دست‌ترین موقعیت خود است، یک حباب جدایش آرام رشد می‌کند و لایه مرزی در $x/c \approx 0.7$ جدا می‌شود. این جدایش لایه مرزی آرام و با چسبیدن دوباره به صورت آشفته است. گذرش به آشفته بالای لایه برشی جدا شده اتفاق می‌افتد که با خط قرمزی که از کانتورهای مشکی می‌گذرد نشان داده شده است. با حرکت گذرش به سمت بالادست، حباب جدایش آرام ناپدید می‌شود. اما یک ناحیه جدایش آشفته در موقعیت پایین‌دست‌تر $x/c \approx 0.9$ توسعه می‌یابد.

تغییرات موقعیت گذرش با زاویه حمله لحظه‌ای در شکل (۹-الف) نشان داده شده است. این نمودار حالت‌های نامتقارن جریان بین حرکت پیچشی در فازهای رو بالا (شاخه بالایی نمودار) و رو به به پایین (شاخه پایینی نمودار) را به روشنی نشان می‌دهد. حین حرکت پیچشی در فاز رو به بالا، نقطه گذرش نزدیک لبه فرار بوده و حرکت بسیار آرامی به سمت بالادست در بیشتر چرخه پیچشی رو به بالا دارد و سپس در انتهای فاز پیچش رو به بالا به طور سریع به سمت بالادست حرکت می‌کند. حین حرکت پیچشی در فاز رو به پایین، موقعیت گذرش با سرعت نسبتا ثابتی به سمت پایین‌دست حرکت می‌کند. این نمودار را

می‌توان برای دستیابی به تصویر روشن‌تری از دینامیک جاری در حرکت با استفاده از مفهوم تأخیر فاز تبدیل نمود. در این تبدیل، تکامل لایه مرزی نسبت به زاویه حمله مؤثر α_e بررسی می‌شود که با زاویه حمله لحظه‌ای تفاوتی در تأخیر فاز دارد. تعبیر فیزیکی تأخیر فاز ساده است و به معنای آن است که لایه مرزی خود را با تغییر میدان جریان به صورت شبه پایا تطبیق می‌دهد، اما یک تأخیر بین حرکت ایرفویل و تطبیق لایه مرزی وجود دارد و زاویه حمله مؤثر که لایه مرزی حس می‌کند با زاویه حمله لحظه‌ای متفاوت است. عبارت مربوط به زاویه حمله مؤثر در مسئله حاضر را می‌توان با اضافه نمودن یک جمله به رابطه (۱) نوشت،

$$\alpha_e(t)=\alpha_0+\Delta\alpha\sin(\omega(t-t_0)+\varphi_0+\varphi_{lag}) \quad (۳)$$

که φ_{lag} تأخیر فاز بین زوایای حمله لحظه‌ای و مؤثر است. مفهوم تأخیر فاز اغلب در آیرودینامیک ناپایا برای توصیف پاسخ ناپایای نیروهای آیرودینامیکی استفاده می‌شود (برای مثال [1,5,25,26]). در اینجا از این مفهوم به طور خاص برای تکامل کل لایه مرزی استفاده می‌شود. همان گونه که قبلا ذکر شد، تغییرات جدایش لایه مرزی با تغییرات گذرش همراه است. بنابراین می‌توان از نقطه گذرش به عنوان متغیر حالت برای توصیف کل لایه مرزی روی ایرفویل استفاده نمود. شکل (۹-ب) تغییرات نقطه گذرش را نسبت به زاویه حمله مؤثر نشان می‌دهد که با استفاده از تأخیر فاز $\varphi_{lag}=-1.06$ رادیان محاسبه شده است. آنچه که در ابتدا در صفحه $x_{tr}/c-\alpha$ یک حلقه بسته دیده می‌شد (شکل ۹-الف)، وقتی در صفحه $x_{tr}/c-\alpha_e$ نمایش داده شود، به طور تقریبی به خط واحدی تبدیل می‌شود. بنابراین، رفتار از نوع هیسترزیس مشاهده شده نسبت به α تقریبا به طور کامل می‌تواند با مفهوم تأخیر فاز توضیح داده شود و در صفحه دارای تأخیر فاز $x_{tr}/c-\alpha_e$ هیسترزیس تقریبا غایب است. علاوه بر حذف هیسترزیس، تغییرات نسبت به α_e همچنین تطابق خوبی با منحنی گذرش استاتیک محاسبه شده با استفاده از XFOIL (با فاکتور $N=8.5$) دارد. مقدار تأخیر فاز با کمینه کردن انحراف موقعیت گذرش ناپایا نسبت به مقادیر استاتیک آن تعیین شده است. به علاوه، نقاط گذرش محاسبه شده برای شبیه‌سازی‌های بال ثابت در سه زاویه حمله هم با دوایر قرمز در شکل (۹-ب) نشان داده شده است. حذف هیسترزیس در مختصات تبدیل یافته و تطابق آن با مقادیر به دست آمده از XFOIL روی هم رفته بیانگر تکامل شبه‌پایای لایه مرزی در زمان است. موقعیت گذرش را می‌توان به عنوان یک کمیت اسکالر در نظر گرفت که حالت لحظه‌ای لایه مرزی روی ایرفویل را توصیف می‌کند. برای فرکانس‌های کاهش یافته خیلی کم $k<<1$، می‌توان انتظار داشت که مشخصه‌های لایه مرزی به طور ساده از مشخصه‌های لایه مرزی روی بال ثابت برای زاویه حمله لحظه‌ای تبعیت کند و اثرات ناپایا کوچک‌تر از آن باشند که تأثیرگذار باشند. بنابراین، مسیر نقطه گذرش در صفحه $x_{tr}/c-\alpha_e$ از منحنی استاتیک تبعیت خواهد کرد. برای مواردی با فرکانس کاهش‌یافته بالاتر (اما همچنان خیلی کم‌تر از فرکانس‌های آشفتگی ریزمقیاس)، اثر ناپایای غالب، تطبیق لایه مرزی با تأخیر زمانی است. بنابراین، در موارد ناپایا، باید زاویه حمله مؤثر حس شده توسط لایه مرزی را برای گرفتن اثرات غالب در نظر داشت. مفهوم مهم این امر در نظر داشتن موقعیت‌هایی است که تأخیر فاز یک کمیت از پیش معلوم شمرده می‌شود. در چنین سناریویی، حالت‌های لحظه‌ای در یک آزمایش ناپایا را می‌توان احتمالا با نتایج بال ثابت متناظر در زوایای حمله مختلف تعیین نمود.



شکل ۹ تغییرات مکانی- زمانی موقعیت گذرش تعیین شده با مدل مهندسی: الف) تغییرات نقطه گذرش با زاویه حمله لحظه‌ای (پیکان‌ها جهت مثبت زمان را نشان می‌دهند)، ب) تغییرات نقطه گذرش با زاویه حمله مؤثر (معادله ۳). خطوط آبی نمایانگر موقعیت گذرش محاسبه شده و خط‌چین‌های مشکی معرف مقادیر استاتیکی موقعیت گذرش محاسبه شده با XFOIL هستند. دوایر قرمز معرف نقطه گذرش به دست آمده از شبیه‌سازی بال ثابت در سه زاویه حمله است

مدل ناپایای مهندسی

از آنجا که مدل‌های ناپایای کلاسیک تنها پاسخ‌های خطی به نوسان پیچشی هماهنگ را پیش‌بینی می‌کنند، از درک به دست آمده در بخش قبل برای ساخت مدلی برای نیروهای آیرودینامیکی ناپایا استفاده می‌شود. با توجه به اینکه تکامل لایه مرزی ناپایا را می‌توان با لایه مرزی روی بال ثابت از طریق دینامیک تأخیر فاز مرتبط ساخت، بخشی از نیروهای ناپایا هم می‌بایست همبستگی خوبی با نیروهای تجربه شده توسط بال ثابت داشته باشد. مابقی مقدار نیروها اثرات دینامیکی را در جریان شامل می‌شوند. فرض می‌شود که پدیده‌های به شدت گذرا، نظیر ریزش گردابه لبه حمله که در واماندگی دینامیکی وجود دارد، اتفاق نمی‌افتد. همچنین، در مواردی که افزایش و کاهش زاویه حمله بی‌نهایت آرام انجام می‌شود، برای ضرایب آیرودینامیکی استاتیک هیسترزیس در نظر گرفته نمی‌شود. مطالعات پیشین هم تمایل داشتند که نیروهای آیرودینامیکی ناپایا را به دو مؤلفه مانند مؤلفه‌های چرخشی و غیرچرخشی [3]، گردابه‌ای و غیرگردابه‌ای یا شبه‌پایا و جرم افزوده [27] تقسیم کنند. با الهام از نحوه مدل‌سازی تئودورسن [3]، در اینجا هم مدلی مهندسی ساخته می‌شود که در آن نیروهای آیرودینامیکی به دو مؤلفه تقسیم می‌شوند که نماینده اثرات دینامیکی (مؤلفه‌های غیرچرخشی) و اثرات شبه‌پایا (مؤلفه‌های چرخشی) هستند. عموما برای ارزیابی سهم چرخش (ورتیسیته) لایه مرزی در نیروهای آیرودینامیکی، نظریه غیرلزج به کار گرفته می‌شود. اما همان گونه که در شکل (۲–الف) مشهود است، به دلیل جدایش لایه مرزی ضرایب نیرو از رفتار خطی خود نسبت به α انحراف زیادی می‌یابند که به رفتار غیرخطی شدیدی نسبت به α می‌انجامد. تخمین سهم شبه‌پایا از نظریه غیرلزج احتمالا به نتایجی با خطای زیاد منجر می‌شود. برای به حساب آوردن این رفتار غیر خطی، فرض می‌شود که لایه مرزی در یک روند شبه‌پایا (اما با تأخیر فاز) طی چرخه پیچشی تکامل می‌یابد. نتایج بخش قبل این فرض را قوت می‌بخشند. اما مقدار تأخیر فاز معلوم نیست. از آنجا که جریان فرضیات غیرلزج را ارضا نمی‌کند، مقدار جمله شبه‌پایا باید با استفاده از یک منحنی C_l استاتیک محاسبه شده به صورت تجربی تعیین شود. برای ایرفویل حاضر، منحنی C_l به صورت تجربی توسط لوکات [10] در دو عدد رینولدز $Re_c = 1.0 \times 10^6$ و $Re_c = 7.5 \times 10^5$ به دست آمده و در شکل (۱۰) نشان داده شده است. مقادیر آزمایشگاهی به دست آمده برای منحنی C_l استاتیک مهندسی استفاده می‌شوند. از اینجا به بعد، فرض می‌شود که رفتار غیرخطی در نیروهای آیرودینامیکی ناپایا کاملا بر اثر جمله شبه‌پایا بوده و همه اثرات دینامیکی را می‌توان با یک جمله هارمونیک خطی مدل کرد. مدل مهندسی به صورت زیر در می‌آید:

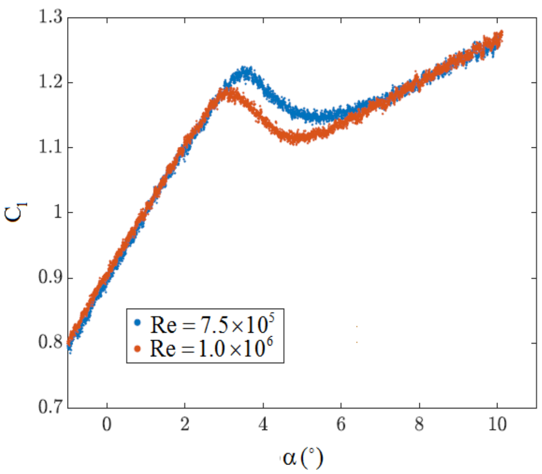
$$C_l(t) = A_1 \sin(\omega t + \theta) + C_l^{emp}\left(\gamma(t)\right) \quad \text{(الف–۴)}$$

$$\gamma(t) = \alpha_0 + \Delta\alpha \sin\left(\omega t - \varphi_{lag}\right) \quad \text{(ب–۴)}$$

که زاویه حمله لحظه‌ای برابر است با:

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \Delta\alpha \sin(\omega t) \quad (۵)$$

بنابراین، مدل مهندسی سه پارامتر مستقل دارد که باید تعیین شوند: A_1 که بیانگر قدرت جمله دینامیکی کاملا هارمونیک است، تأخیر/ تعجیل فاز θ جمله هارمونیک و φ_{lag} که بیانگر تأخیر فاز جمله شبه‌پایا است. باید توجه داشت که اگر منحنی $C_l^{emp}(\alpha)$ نسبت به α خطی باشد، پاسخ زمانی مدل کاملا هارمونیک خواهد بود.



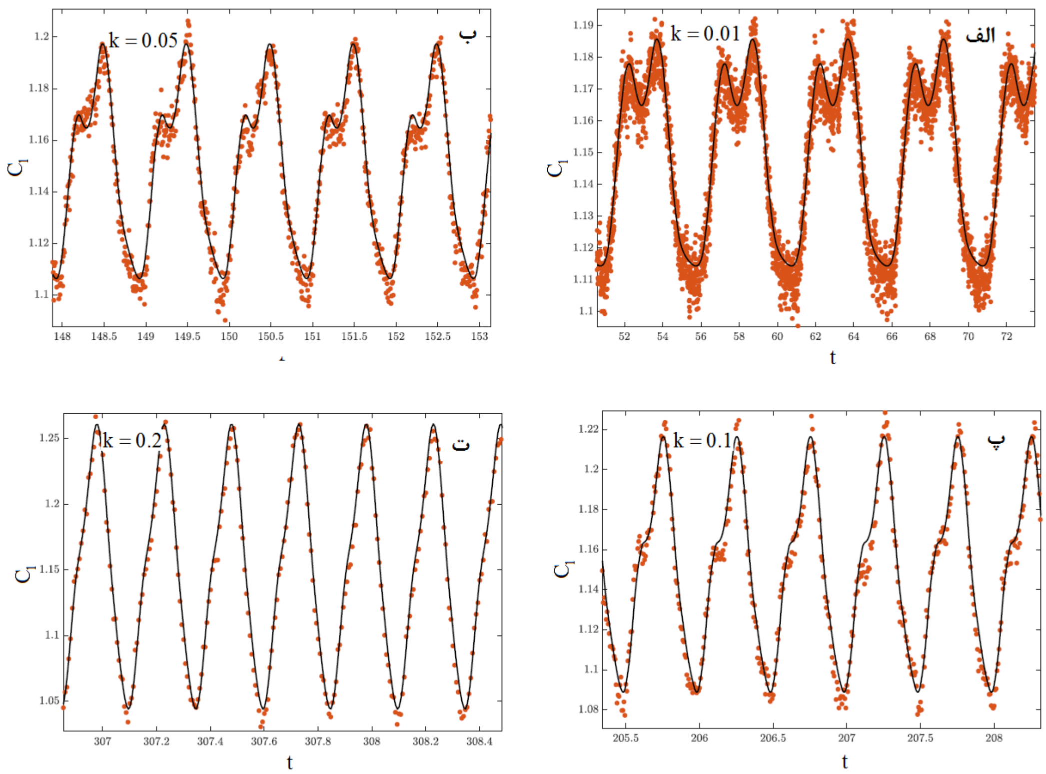
شکل ۱۰ منحنی ضریب برآی استاتیک تجربی $C_l^{emp}(\alpha)$ [10]

حال فرضیات مدل در مقایسه با اندازه‌گیری‌های تجربی لوکات که برای نوسان پیچشی اجباری همان ایرفویل انجام شده، امتحان می‌شوند. این اندازه‌گیری‌ها برای اعداد رینولدز $Re_c = 7.5\times10^5$ و $Re_c = 1.0\times10^6$ برای گستره وسیعی از زوایای حمله و فرکانس‌های کاهش‌یافته، با نوسان پیچشی کم‌دامنه انجام شده است.

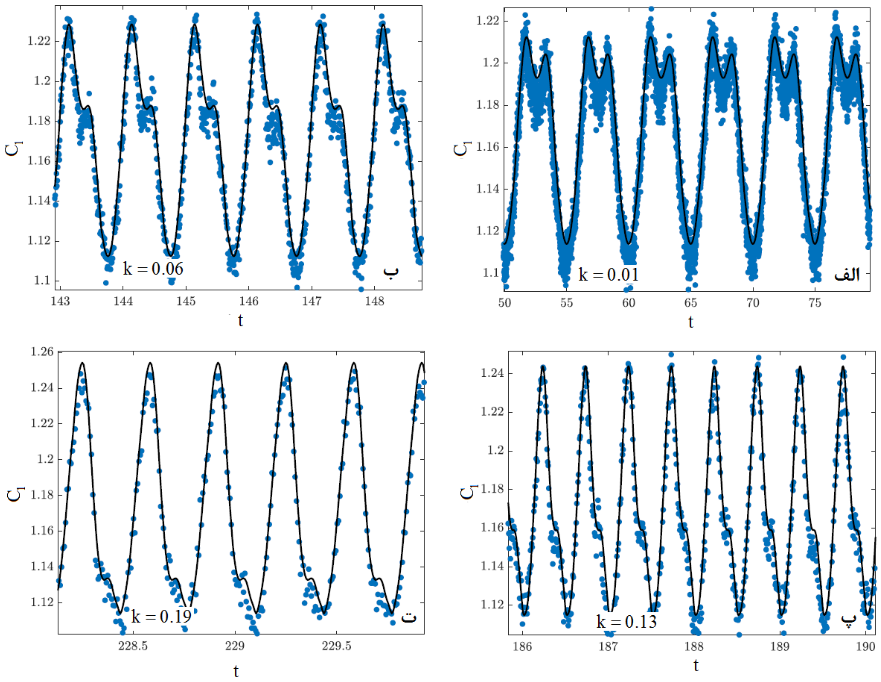
مدل به روش کمترین مربعات روی داده‌های تجربی برازش شده تا پارامترهای آن تخمین زده شود. این مدل ساده انطباق خوبی با داده‌های تجربی نشان می‌دهد. شکل (۱۱) برازش کمترین مربعات را برای داده‌های به دست آمده در $Re_c = 1.0\times10^6$، زاویه حمله متوسط $\alpha_0 = 3.8^{\circ}$، دامنه پیچش $\Delta\alpha = 1^{\circ}$ و فرکانس‌های کاهش یافته متغیر نشان می‌دهد. نقاط قرمز داده‌های تجربی و خطوط مشکی برازش کمترین مربعات روی داده‌های تجربی را ن شان می‌دهد. همان گونه که در شکل (۱۰) دیده می‌شود، زاویه حمله متوسط $\alpha_0 = 3.8^{\circ}$ محدوده نو سان را در نزدیکی محدوده‌ای قرار می‌دهد که رفتار غیرخطی در منحنی استاتیک رخ می‌دهد.

انطباق مناسب فقط محدود به یک زاویه حمله متوسط نیست. مدل با چندین ترکیب مختلف از زوایای حمله متوسط و فرکانس‌های کاهش یافته آزمایش شده و تطابق خوب برای همه حالت های مورد بررسی، حتی برای چند حالت با فرکانس کاهش‌یافته ن سبتا بالای $k \approx 0.4$ م شاهده شده ا ست. اما برای فرکانس‌های بالا سهم جمله هارمونیک غالب است و رفتار غیرخطی نسبی ضعیف می‌شود. شکل (۱۲) مجموعه دیگری از داده‌های تجربی را با رژیم غیرخطی در $Re_c = 7.5\times10^5$ همراه با برازش کمترین مربعات مدل نشان می‌دهد.

پس مفهوم تأخیر فاز شبه‌پایا برای تکامل زمانی لایه مرزی روی ایرفویل برای فرکانس‌های مختلف، حتی زمانی که موقعیت گذرش لایه مرزی تغییرات زیادی دارد، قابل به‌کارگیری به نظر می‌رسد. قابل توجه است که فرکانس‌های کاهش‌یافته در آزمایش تجربی در محدوده $k < 0.5$ ا ست. شبیه سازی عددی حاضر برای $k = 0.4$ انجام شد و بیشتر فرکانس‌های تجربی کم‌تر از این مقدار هستند. فرض تغییر با تأخیر فاز در لایه مرزی احتمالا برای بیشتر داده‌های تجربی بهتر ارضا شود. این احتمال ه ست که فرکانس‌های کاهش‌یافته بالاتر به شکست این فرض شبه‌پایا منجر شود. با این وجود، فرکانس‌های کاهش‌یافته مرتبط با تحلیل‌های آیروالاستیک عموما کم‌تر از مقدار مورد استفاده در کار حاضر هستند و فرض مذکور در گستره فرکانس مربوطه منطقی به نظر می‌رسد.



شکل ۱۱ برازش کمترین مربعات مدل مهندسی روی داده‌های تجربی در $Re = 1.0 \times 10^6$ برای زاویه حمله میانی $\alpha_0 = 3.8^{\circ}$، $\Delta\alpha = 1^{\circ}$ و فرکانس‌های کاهش‌یافته مختلف، نقطه‌ها معرف داده‌های تجربی و خطوط مشکی معرف برازش کمترین مربعات هستند



شکل ۱۲ برازش کمترین مربعات مدل مهندسی روی داده‌های تجربی در $Re = 0.75 \times 10^6$ برای زاویه حمله میانی $\alpha_0 = 3.1°$، $\Delta\alpha = 1°$ و فرکانس‌های کاهش‌یافته مختلف، نقطه‌ها معرف داده‌های تجربی و خطوط مشکی معرف برازش کمترین مربعات هستند

باید توجه داشت که هدف این مدل‌سازی ایجاد یک مدل آیرودینامیکی عام برای نیروهای ناپایا نیست، بلکه نمایش کاربردپذیری مفهوم تکامل لایه مرزی با تأخیر فاز برای نوسانات پیچشی کم‌دامنه، لااقل تا فرکانس کاهش‌یافته $k<0.4$ است. با وجود این، مدل حاضر دید جدیدی به معنای فیزیکی رفتار غیرخطی که در پاسخ دینامیکی ایرفویل‌های آرام مشاهده می‌شود، فراهم می‌کند. واضح است که تنها منبع رفتار غیرخطی در مدل آیرودینامیکی تجربی جمله شبه‌پایا است که به طور مستقیم با مشخصه‌های استاتیکی ایرفویل مرتبط است. با تغییر در فرکانس، قدرت جمله شبه‌پایا ثابت می‌ماند، در حالی که تأخیر فاز دچار تغییر می‌شود. این نتیجه مهمی است، زیرا به این معنی است که قدرت رفتار غیرخطی با تغییر فرکانس کاهش‌یافته تقریبا ثابت می‌ماند. اما، با افزایش فرکانس کاهش‌یافته، جمله هارمونیک خالص که بیانگر اثرات دینامیکی است، بزرگ‌تر می‌شود. پس قدرت نسبی رفتار غیرخطی با افزایش فرکانس کاهش‌یافته، کم می‌شود. این در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) مشهود است. در هر دو شکل، رفتار غیرخطی در پایین‌ترین فرکانس به صورت قوی‌تری قابل مشاهده است و با افزایش فرکانس، پاسخ به سمت شکل سینوسی خالص تمایل پیدا می‌کند. این مشاهده توسط لوکات [10] هم گزارش شده است.

مدل حاضر پیش‌بینی‌کننده نیست، اما اجازه تحلیل پسینی داده‌ها را می‌دهد، زیرا جملات تأخیر/ تعجیل فاز از پیش معلوم نیستند، اگر چه تعداد پارامترهای آزاد مدل به ۳ کاهش می‌یابد. این در تقابل با یک مدل عام نظیر بسط سری فوریه است که تعداد جملات مراتب بالاتر (و قدرت و فاز آنها) از قبل معلوم نیستند. اما باید توجه داشت که تنها داده‌های نوسانات پیچشی کم‌دامنه با گستره نسبتا کوچکی از فرکانس کاهش‌یافته $k<0.5$ موجود بود و کاربردپذیری چنین مدل ساده‌ای برای موارد عمومی‌تر نوسان پیچشی معلوم نیست. به طور خاص، نقطه‌ای که فرض شبه‌پایا کاملا شکست می‌خورد نامعلوم است، همین‌طور تعمیم به دامنه‌های نوسان بالاتر. باید توجه داشت که پژوهش‌های مکانیک پرواز با مدل‌های غیرخطی مهندسی یا نیمه‌مهندسی برای نیروهای آیرودینامیکی سروکار دارند. به‌عنوان مثال کار مدل‌سازی انجام‌شده توسط لیشمن [28]، گومان و خرابروف [29]، شنگ و همکاران [30] و نارسیپر و همکاران [31]. مروری بر تلاش‌های صورت گرفته در راستای مدل‌سازی غیرخطی در [32] انجام شده است. بعضی از این تلاش‌ها از ایده تأخیر جابه‌جایی لایه مرزی استفاده می‌کنند، مثل مدل مکان- زمان [26]

که در یک شکل بهبودیافته توسط ویلیامز و همکاران [33] و نارسیپر و همکاران استفاده شده، یا مدل نیمه‌تجربی توسعه داده شده توسط لیشمن. این پژوهش‌ها و پژوهش‌هایی با موضوعات نزدیک به آنها [39-34] معمولا بر مدل‌سازی واماندگی دینامیکی از طریق تغییرات زاویه حمله با مقیاس زمانی بزرگ و دامنه بزرگ تمرکز کرده‌اند که در مکانیک پرواز وسایل پرنده مانورپذیر کاربرد دارد. از سوی دیگر، کار حاضر بر نوسانات پیچشی کم‌دامنه در فرکانس‌های نسبتا بالاتر با هدف دستیابی به دیدگاهی به منبع رفتار غیرخطی برای مدل‌سازی پایداری آیروالاستیک تمرکز دارد.

نتیجه‌گیری

نتایج شبیه‌سازی‌های غیرخطی ایرفویلی با جریان آرام طبیعی ناپایا ارائه شد. گستره پارامترهای شبیه‌سازی‌های ناپایا بر اساس محاسبات XFOIL و داده‌های تجربی موجود بود. شبیه‌سازی‌های اولیه برای ایرفویل ثابت اجرا شد تا اطمینان حاصل شود که مشخصه‌های آیرودینامیکی مطلوب با شبیه‌سازی عددی گرفته می‌شود. شبیه‌سازی‌های ناپایا پاسخی غیرخطی برای ضرایب نیروهای آیرودینامیکی نشان دادند، در حالی که توسعه لایه مرزی ناپایا تغییرات زیادی در نقطه گذرش روی سطح مکش ایرفویل نشان داد. تغییرات زمانی گذرش را می‌توان با استفاده از مفهوم ساده تأخیر فاز به منحنی گذرش استاتیک ارتباط داد که به معنی آن است که تکامل لایه مرزی در زمان می‌تواند شبه‌پایا فرض شود.

بر اساس این مفهوم تأخیر فاز، یک مدل مهندسی توسعه داده شد تا رفتار غیرخطی مشاهده شده در پاسخ ناپایای ایرفویل با جریان آرام طبیعی را توضیح دهد. مدل تطابق خوبی با داده‌های تجربی برای چند فرکانس کاهش‌یافته مختلف دارد و نشان می‌دهد که برای نوسانات پیچشی کم‌دامنه منبع اصلی رفتار غیرخطی در ضرایب آیرودینامیکی ناپایا از جمله شبه‌پایا نشئت می‌گیرد که می‌تواند از مشخصه‌های ایرفویل استاتیک ارزیابی شود. به علاوه، قدرت جمله شبه‌پایا با تغییرات فرکانس کاهش‌یافته ثابت می‌ماند. اما جمله هارمونیک که اثرات ناپایا را مدل می‌کند با افزایش فرکانس کاهش‌یافته قدرتش افزایش می‌یابد و در نتیجه بزرگی نسبی رفتار غیرخطی با افزایش فرکانس کاهش می‌یابد. چون رفتار غیرخطی به مشخصه‌های استاتیکی ایرفویل مرتبط شده است، مدل را می‌توان به سادگی در مورد سایر ایرفویل‌ها تطبیق داد.

فهرست علائم

C_d	$=2D/(\rho U_\infty^2 A)$ ضریب پسا
C_l	$=2L/(\rho U_\infty^2 A)$ ضریب برآ
C_m	$=2M/(\rho U_\infty^2 Ac)$ ضریب گشتاور حول محور پیچشی
C_p	$=2(p-p_\infty)/(\rho U_\infty^2)$ ضریب فشار
c	طول وتر
k	فرکانس کاهش‌یافته نوسان پیچشی
Re_c	$=U_\infty c/\nu$ عدد رینولدز بر اساس وتر
T_{osc}	دوره تناوب بی‌بعد نوسان پیچشی
t_0	زمان آغاز نوسان پیچشی
U_∞	سرعت نرمال‌شده جریان آزاد
u^*	$=\sqrt{\tau_w/\rho}$ سرعت اصطکاکی
ν	لزجت سینماتیکی بی‌بعد
x_{tr}	موقعیت نرمال‌شده گذرش روی سطح مکش ایرفویل
(x_0, y_0)	مختصات محور پیچشی
α	زاویه حمله (درجه)
α_0	زاویه حمله میانی (درجه)
$\Delta\alpha$	دامنه نوسان پیچشی (درجه)
ε	نرخ اضمحلال ایزوتروپیک موضعی
η	$=(\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$ مقیاس طولی کولموگروف
θ	اثرات دینامیکی تأخیر/تعجیل فاز جرم افزوده
μ	لزجت دینامیکی (بی‌بعد)
ρ	چگالی نرمال شده سیال
τ_w	تنش برشی دیواره
φ_{lag}	تأخیر فاز شبه‌پایا
ω	فرکانس زاویه‌ای نوسان پیچشی

واژه‌نامه

نوسان پیچشی	Pitching oscillation
ایرفویل آرام ناپایا	Unsteady laminar airfoil
تأخیر فاز	Phase lag
جمله شبه‌پایا	Quasi-steady term

برازش کمترین مربعات	Least-squares fit
هیسترزیس	Hysteresis

تقدیر و تشکر

مراجع

[1] J. G. Leishman, "Principles of Helicopter Aerodynamics," Cambridge University Press, 2nd Edition, 2016.

[2] H. Glauert, "The Force and Moment on an Oscillating Aerofoil," *Vorträge aus dem Gebiete der Aerodynamik und verwandter Gebiete*, pp. 88–95 1930. https://doi.org/10.1007/978-3-662-33791-2_16

[3] T. Theodorsen, "General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter," NACA, Langley Aeronautical Lab. TR 496, 1935.

[4] T. Von Karman, and W. R. Sears, "Airfoil Theory for Non-Uniform Motion," *Journal of Aeronautical Sciences*, vol. 5, no. 10, pp. 379–390, 1938. https://doi.org/10.2514/8.674

[5] R. L. Halfman, "Experimental Aerodynamic Derivatives of a Sinusoidally Oscillating Airfoil in Two-Dimensional Flow," NACA TR 1108, 1952.

[6] L. R. Bisplingoff, H. Ashley, and R. L. Halfman, "Aeroelasticity," Dover Publications Inc., New York, (1983).

[7] J. E. Green, "Laminar Flow Control-Back to the Future," 38th Fluid Dynamics Conference and Exhibit, *Fluid Dynamics and Co-Located Conferences*, 2008. https://doi.org/10.2514/6.2008-3738

[8] H. Mai, and A. Hebler, "Aeroelasticity of a Laminar Wing," Proceedings of International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, Paper IFASD-2011-128, 2011.

[9] A. Hebler, L. Schojda, and H. Mai, "Experimental Investigation of the Aeroelastic Behavior of a Laminar Airfoil in Transonic Flow," Proceedings of International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamic, 2013.

[10] M. Lokatt, "On Aerodynamic and Aeroelastic Modeling for Aircraft Design," Doctoral Thesis, KTH Royal Inst. of Technology, 2017.

[11] M. Lokatt, and D. Eller, "Robust Viscous-Inviscid Interaction Scheme for Application on Unstructured Meshes," *Computers and Fluids*, vol. 145, pp. 37–51, 2017. https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2016.12.012

[12] P. Negi, A. Hanifi, and D. Henningson, "LES of the Unsteady Response of a Natural Laminar Flow Airfoil," 2018 *Applied Aerodynamics Conference*, Atlanta, 2018. https://doi.org/10.2514/6.2018-3824

[13] G. Studer, D. Arnal, R. Houdeville, and A. Seraudie, "Laminar–Turbulent Transition in Oscillating Boundary Layer: Experimental and Numerical Analysis Using Continuous Wavelet Transform," *Experiments in Fluids*, vol. 41, pp. 685–698, 2006. https://doi.org/10.1007/s00348-006-0190-1

[14] T. Lee, and P. Gerontakos, "Investigation of Flow over an Oscillating Airfoil," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 512, pp. 313–341, 2004. https://doi.org/10.1017/S0022112004009851

[15] M. Drela, "XFOIL: An Analysis and Design System for Low Reynolds Number Airfoils," Low Reynolds Number Aerodynamics: Proceedings of the Conference Notre Dame, *Springer-Verlag*, Berlin, pp. 1–12, 1989. https://doi.org/10.1007/978-3-642-84010-4_1

[16] P. F. Fischer, J. W. Lottes, and S. G. Kerkemeier, "Nek, fast high-order scalable CFD," *nek5000.mcs.anl.gov*, 2008. [Online]. Available:

[17] P. Negi, R. Vinuesa, A. Hanifi, P. Schlatter, and D. S. Henningson, “Unsteady Aerodynamic Effects in Small-Amplitude Pitch Oscillations of an Airfoil,” *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 71, pp. 378–391, 2018. https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2018.04.009

[18] Y. Maday and A. T. Patera, “Spectral Element Methods for the Incompressible Navier-Stokes Equations,” *State-of-the-Art Surveys on Computational Mechanics (A90-47176 21-64), American Soc. of Mechanical Engineers*, New York, USA, pp. 71–143, 1989.

[19] H. O. Lee-Wing, and A. T. Patera, “Variational Formulation of Three- Dimensional Viscous Free-Surface Flows: Natural Imposition of Surface Tension Boundary Conditions,” *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 13, no. 6, pp. 691–698, 1991. https://doi.org/10.1002/fld.1650130603

[20] S. Dong, G. E. Karniadakis, and C. Chryssostomidis, “A Robust and Accurate Outflow Boundary Condition for Incompressible Flow Simulations on Severely-Truncated Unbounded Domains,” *Journal of Computational Physics*, vol. 261, pp. 83–105, 2014. https://doi.org/10.1016/j.jcp.2013.12.042

[21] R. B. Langtry, and F. R. Menter, “Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes,” *AIAA Journal*, vol. 47, no. 12, pp. 2894–2906, 2009. https://doi.org/10.2514/1.42362

[22] P. Schlatter, L. Brandt, H. C. de Lange, and D. S. Henningson, “On Streak Breakdown in Bypass Transition,” *Physics of Fluids*, vol. 20, no. 10, pp. 101505, 2008. https://doi.org/10.1063/1.3005836

[23] E. Kleusberg, “Wind Turbine Simulations Using Spectral Elements,” Licentiate Thesis, KTH Royal Inst. of Technology, 2017.

[24] J. Jeong, and F. Hussain, “On the Identification of a Vortex,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 285, pp. 69–94, 1995. https://doi.org/10.1017/S0022112095000462

[25] W. J. McCroskey, “Unsteady Airfoils,” *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 14, no. 1, pp. 285–311, 1982. https://doi.org/10.1146/annurev.fl.14.010182.001441

[26] L. Ericsson, and J. Reding, “Fluid Mechanics of Dynamic Stall Part I. Unsteady Flow Concepts,” *Journal of Fluids and Structures*, vol. 2, no. 1, pp. 1–33, 1988. https://doi.org/10.1016/S0889-9746(88)90116-8

[27] S. L. Brunton and C. W. Rowley, “Empirical State-Space Representations for Theodorsen’s Lift Model,” *Journal of Fluids and Structures*, vol. 38, pp. 174–186, 2013. https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2012.10.005

[28] J. Leishman, “State-Space Model for Unsteady Airfoil Behavior and Dynamic Stall,” *30th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, pp. 1372–1383, 1989. https://doi.org/10.2514/6.1989-1319

[29] M. Goman, and A. Khrabrov, “State-Space Representation of Aerodynamic Characteristics of an Aircraft at High Angles of Attack,” *Journal of Aircraft*, vol. 31, no. 5, pp. 1109–1115, 1994. https://doi.org/10.2514/3.46618

[30] W. Sheng, R. Galbraith, and F. Coton, “A Modified Dynamic Stall Model for Low Mach Numbers,” *45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 2007. https://doi.org/10.2514/6.2007-626

[31] S. Narsipur, A. Gopalarathnam, and J. R. Edwards, “Low-Order Model for Prediction of Trailing-Edge Separation in Unsteady Flow,” *AIAA Journal*, vol. 57, no. 1, pp. 191–207, 2019. https://doi.org/10.2514/1.J057132

[32] D. Greenwell, “A Review of Unsteady Aerodynamic Modelling for Flight Dynamics of Manoeuvrable Aircraft,”

AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit, 2004. https://doi.org/10.2514/6.2004-5276

[33] D. R. Williams, F. Rebiner, D. Greenblatt, H. Müller-Vahl, and C. Strangfeld, "Modeling Lift Hysteresis on Pitching Airfoils with a Modified Goman–Khrabrov Model," *AIAA Journal*, vol. 55, no. 2, pp. 403–409, 2017. https://doi.org/10.2514/1.J054937

[34] M. R. Mohaghegh, and M. Malek Jafarian, "Periodic Unsteady Transonic Compressible Flow Simulation using Fourier-Based Algorithm," *Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics*, vol. 25, no. 2, pp. 47-64, 2014. (In Persian) https://doi.org/10.22067/fum-mech.v25i2.40479

[35] A. Samiee, M. H. Djavareshkian, and M. Honarmand, "Improvement of Aerodynamic Performance of Oscillating Airfoils with Plunging Motion at Low Reynolds Numbers Using Heat Transfer," *Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics*, vol. 30, no. 1, pp. 79-96, 2019. (In Persian) https://doi.org/10.22067/fum-mech.v30i1.58136

[36] S. Kasmaiee, M. Tadjfar, and S. Kasmaiee, "Investigation of the impact of blowing jet on the dynamic stall of NACA0012", *Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics*, vol. 34, no. 1, pp. 1-20, 2022. (In Persian) https://doi.org/10.22067/jacsm.2022.74008.1074

[37] S. Ghasemi, and M. Malek Jafarian, "Application of Adaptive Time Spectral Method to Analyze Inviscid Compressible Flow Around a Pitching Airfoil," *Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics*, vol. 35, no. 1, pp. 1-18, 2023. (In Persian) https://doi.org/10.22067/jacsm.2022.78842.1138

[38] E. Roohi, H. Abolghasemi, and M. J. Amiri, "Investigating the Effect of Moving Surface on NACA 0012 Airfoil in High Speed Ratio", *Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics*, vol. 35, no. 3, pp. 75-84, 2023. (In Persian) https://doi.org/10.22067/jacsm.2023.77061.1124

[39] H. Adavi, H. Isvand, and A. Shams Taleghani, "Experimental study of measurement of free oscillations of a cylinder with fin in wind tunnel under different Reynolds", *Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics*, vol. 35, no. 4, pp. 47-62, 2023. (In Persian) https://doi.org/10.22067/jacsm.2023.80578.1157